

5. písemná práce

B

Jméno.....

Hodnocení.....

Třída.....

1.

Určete součet prvních pěti členů posloupnosti dané vzorcem pro n -tý člen.

$$(3n)_{n=1}^{\infty}$$

- ☐ A 45 ☐ B 40 ☐ C 30 ☐ D 15 ☐ E 12

2.

Určete součet prvních pěti členů posloupnosti dané vzorcem pro n -tý člen.

$$((-1)^n \cdot n^2)_{n=1}^{\infty}$$

- ☐ A -1 ☐ B -9 ☐ C -15 ☐ D 15 ☐ E 9

3.

Určete součet prvních pěti členů posloupnosti dané vzorcem pro n -tý člen.

$$\left(\cos \frac{\pi}{2} n\right)_{n=1}^{\infty}$$

- ☐ A 1 ☐ B -1 ☐ C $\sqrt{2}$ ☐ D $-\sqrt{2}$ ☐ E 0

4.

Napište vzorec pro n -tý člen posloupnosti.

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \dots$$

- ☐ A $(\sqrt{1+n})_{n=1}^{\infty}$ ☐ B $(\sqrt{n})_{n=1}^{\infty}$ ☐ C $(\sqrt{n-1})_{n=1}^{\infty}$ ☐ D $(\sqrt{|n|})_{n=1}^{\infty}$ ☐ E $(\sqrt{2n})_{n=1}^{\infty}$

5.

Součet prvních čtyř členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2a_n - 3$ a členem $a_2 = 5$, je

- ☐ A 9 ☐ B 12 ☐ C 18 ☐ D 27 ☐ E 30

6.

O členech posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde

$$a_1 = 3, a_{n+1} = 3a_n - 1, n \in \mathbb{N}, \text{ platí}$$

☐ A nejvýše 3 z nich jsou prvočísla

☐ B nejvýše 4 z nich jsou prvočísla

☐ C aspoň 3 z nich jsou prvočísla

☐ D aspoň 5 z nich jsou prvočísla

☐ E žádné z předchozích tvrzení

7.

V aritmetické posloupnosti platí

$$a_5 - a_1 = 8, a_6 = 13. \text{ Desátý člen } (a_{10}) \text{ je roven}$$

☐ A 18 ☐ B 21 ☐ C 15 ☐ D 13 ☐ E 3

8.

Pro aritmetickou posloupnost platí

$$a_1 = -5, a_2 = 1, s_n = 220. \text{ Číslo } n \text{ je rovno}$$

☐ A 6 ☐ B 7 ☐ C 8 ☐ D 9 ☐ E 10

9.

V geometrické posloupnosti platí

$$\frac{a_5}{a_1} = 81, a_6 = 486. \text{ Člen } a_8 \text{ je roven}$$

☐ A 4 374 ☐ B 1 458 ☐ C 486 ☐ D 162 ☐ E 54

10.

Určete počet prvních n členů geometrické posloupnosti, pro kterou platí

$$a_1 = -2, q = 2, a_n = -32, n = ?$$

☐ A 5 ☐ B 6 ☐ C 7 ☐ D 8 ☐ E 9

11.

Při testu nového antibiotika první dávka okamžitě zastavila množení bakterií a každá dávka aplikovaná v šestihodinových intervalech okamžitě usmrtila 50 % zbývajících bakterií. Na začátku experimentu bylo ve vzorku právě $2 \cdot 10^5$ bakterií. Kolik bakterií bude ve vzorku právě po 24 hodinách od aplikace první dávky?

☐ A $5 \cdot 10^4$ ☐ B $5 \cdot 10^3$ ☐ C 125 000 ☐ D 12 500 ☐ E 500

12.

Roury o stejném průměru jsou narovnány do 13 vrstev tak, že nejspodnější vrstva má 60 kusů, každá další o 1 kus méně. Kolik rour je celkem?

☐ A 802 ☐ B 702 ☐ C 108 ☐ D 60 ☐ E 48

13.

Roční přírůstky dřeva v lese se odhadují na 2 %. Objem dřeva v lese se ztrojnásobí přibližně za

- ☐ A 38,5 let ☐ B 40 let ☐ C 45 let ☐ D 50 let ☐ E 55,5 let

14.

Strádatel si uložil na 5 let do banky trvale částku 50 000 Kč na 2% úrok. Kolik mu banka vyplatí za 5 let po 15% zdanění připsaných úroků? (zaokrouhлено na celé Kč)

- ☐ A 54 423 Kč ☐ C 55 000 Kč ☐ E 54 000 Kč
☐ B 55 204 Kč ☐ D 54 250 Kč

15.

Určete součet prvních deseti členů aritmetické posloupnosti, víte-li, že
 $a_5 = -6,5$, $a_8 = -12,5$

16.

Mezi čísla 2 a -5 vložte další čísla tak, aby se zadanými čísly tvořila aritmetickou posloupnost a jejich součet (včetně zadaných) byl -12 .

17.

Určete a_1 a d v aritmetické posloupnosti, platí-li

$$a_1 + a_2 + a_3 = -6$$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 20$$

18.

Vypočítejte součet prvních 5 členů geometrické posloupnosti, ve které platí

$$a_1 + a_3 = \frac{5}{2}, \quad a_4 + a_6 = \frac{5}{16}$$

19.

Student-kuřák prokouří měsíčně asi 400 Kč. Kolik by ušetřil za 5 let, kdyby tuto částku pravidelně měsíčně ukládal na vkladní knížku s ročním úrokem 1,2 %? Kolik Kč by mu vyplatila banka po 15% zdanění připsaných úroků?

20.

Velikosti stran pravoúhlého trojúhelníka s obvodem 12 cm tvoří aritmetickou posloupnost. Vypočítejte délky stran trojúhelníka a poloměr kružnice jemu opsané.

21.

Velikosti hran kváдру tvoří 3 po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Součet jejich délek je roven 7 cm. Určete povrch kváдру, je-li jeho objem $V = 8 \text{ cm}^3$.

22.

Posloupnost je zadána pro všechna přirozená čísla n rekurentním vztahem $a_{n+1} = a_n + 2$, kde $a_1 = 3$. Určete všechna přirozená čísla n , pro která platí $s_n \geq 120$.

23.

Řešte v \mathbb{R} rovnici

$$1 + \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} + \frac{27}{x^3} + \dots = \frac{4}{x-4}$$

24.

Je dán čtverec o straně délky a . Spojnice středů jeho stran utvoří opět čtverec. Do tohoto čtverce je vepsán čtverec stejným způsobem atd. Vypočítejte, ke které hodnotě se blíží součet obsahů všech takto vzniklých čtverců.

25.

Spirála se skládá z půlkružnic. První půlkružnice má délku a_1 a poloměr r . Poloměr každé následující půlkružnice je o $\frac{1}{4}$ menší než poloměr bezprostředně předcházející půlkružnice. Vypočtete délku spirály.

26.

Je dána posloupnost $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ rekurentní formulí $b_{n+1} = b_n - 4n + 30$ a členem $b_1 = 8$. Součet $b_2 + b_3 + b_4$ je roven

- ☐ A 74 ☐ B 164 ☐ C 90 ☐ D 172 ☐ E 130

27.

Pro aritmetickou posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí

$$a_1 + a_4 + a_6 = 71,$$

$$a_5 - a_3 - a_2 = 2.$$

Člen a_1 a diference d se rovnají

- ☐ A $a_1 = 1, d = 2$ ☐ C $a_1 = 3, d = 4$ ☐ E $a_1 = 5, d = 7$
☐ B $a_1 = 2, d = 3$ ☐ D $a_1 = 4, d = 5$

28.

Mezi čísla 1 a 6 vložte dvě čísla tak, aby první tři tvořila geometrickou posloupnost a poslední tři posloupnost aritmetickou. Podmínku splňují čísla

- ☐ A 1,5; 2,25 ☐ C 2; 4 nebo $-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}$ ☐ E -1,5; -2,25
☐ B -2; 4 ☐ D -2; 4 nebo $\frac{3}{2}; -\frac{9}{4}$

29.

Délky stran pravoúhlého trojúhelníka s delší odvěsnou 12 cm tvoří aritmetickou posloupnost. Obsah trojúhelníka je

- ☐ A 27 cm^2 ☐ B 81 cm^2 ☐ C 108 cm^2 ☐ D 54 cm^2 ☐ E 135 cm^2

30.

Při výrobě se jedním protažením zmenší průměr drátu o 10 %. Má-li drát průměr 5 mm, po deseti protaženích bude jeho průměr roven

☐ A 1,74 mm

☐ B 4,5 mm

☐ C 0,5 mm

☐ D 0,75 mm

☐ E 1,54 mm